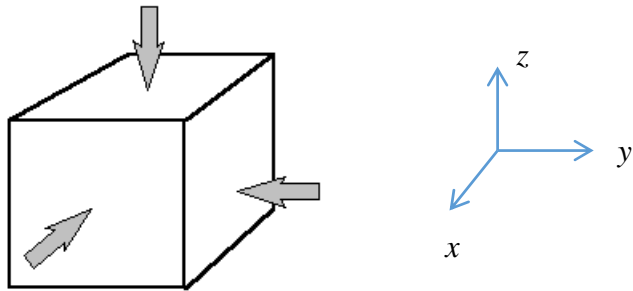


## 2015 全國大專生力學競賽 材料力學初試

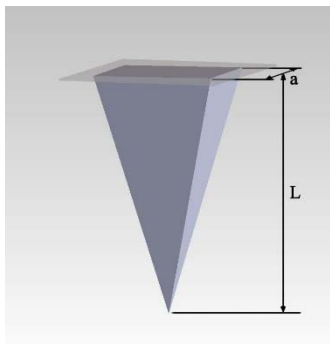
**請注意：**參考公式提供可能用到的基本觀念與公式供參考，不代表所有的觀念與公式都會用到。

1. (10%) 一極微小立方元素受到靜液壓力(hydrostatic stress)時的應力狀態如下，

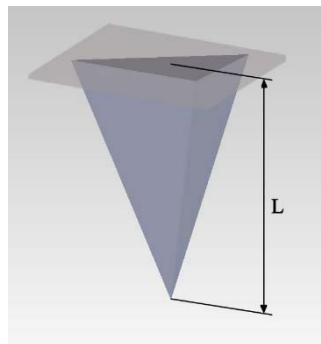


請問將此方塊以立方中心為原點，繞  $x$  軸旋轉 30 度、再繞  $y$  軸旋轉 30 度，其應力狀態為何？

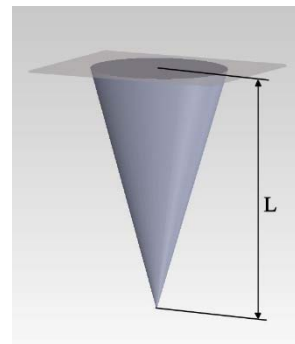
2. (10%) 考慮下列三種不同底面形狀的實心錐體，假設三個錐體的材料、高及底面積皆相同，



圖(i)圓底



圖(ii)正三角底



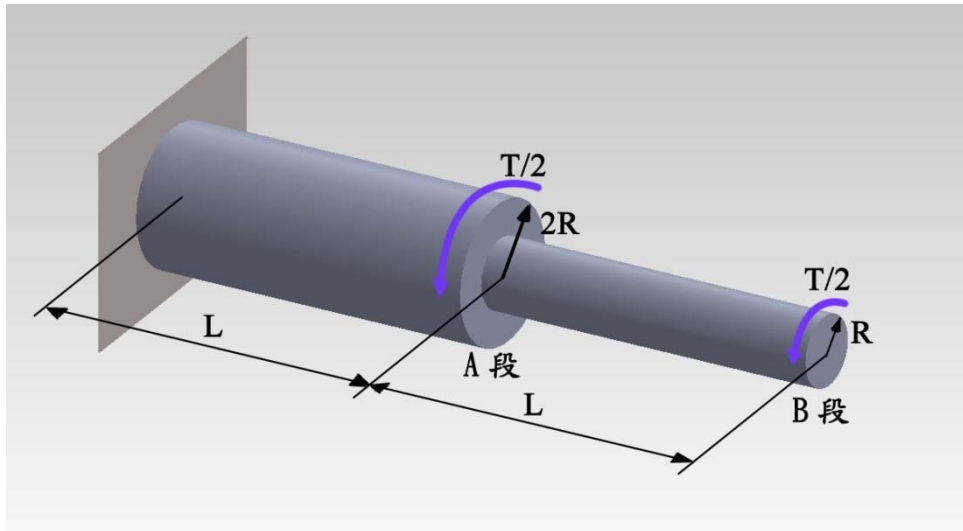
圖(iii)正方底

甲、在只考慮自重的情況下，請問哪個錐體的末端位移量最大？

(A) 圖(i) (B) 圖(ii) (C) 圖(iii) (D) 一樣大

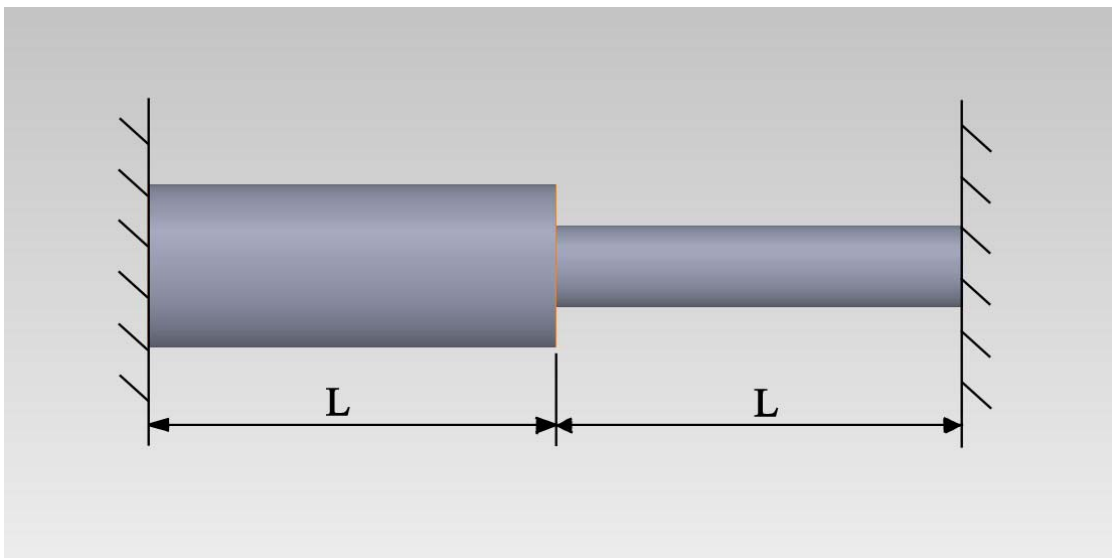
乙、請計算圖(iii)中的立方錐體之末端點的位移量，假設材料的楊氏模數為  $E$ 、底部正方形邊長為  $a$ 、高度為  $L$ 、比重為  $\gamma$ 。

3. (10%) 考慮一轉軸，由兩段長度均為  $L$ ，但半徑不同的圓柱體桿件相連接而成，假設兩段桿件的材料均相同，



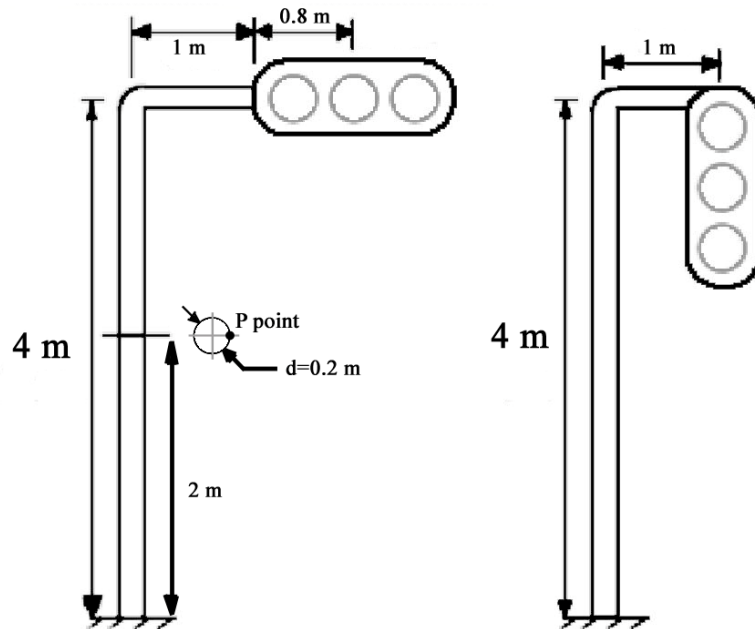
- 甲、如圖標示，轉軸被施加兩個扭矩 $T/2$ ，在不考慮應力集中的情況下，請問最大剪應力會出現在哪段？  
 (A) A 段 (B) B 段 (C) 兩段剪應力一樣大
- 乙、承上題，請計算整個轉軸最右端的旋轉角位移，假設材料的剪力模數為  $G$ ，且兩段半徑分別為  $2R$  和  $R$ 。

4. (10%) 考慮一由同材料但不同半徑的桿件相連接所組成的結構，左桿件的截面積為 $A_1$ 、右桿件的截面積為 $A_2$ ，且 $A_1 = 4A_2$ ，長度均為 $L$ ，結構的兩端固定在剛性牆上，假設此材料的熱膨脹係數為 $\alpha$ ，而楊氏模數分別為 $E$ ，



- 甲、請問當溫度為 $T_0$ 時結構不受力，當將溫度上升到 $T_1$ 時，哪段所產生的正向應力值最大？  
 (A) A 段 (B) B 段 (C) 兩段一樣大
- 乙、承上題，請計算各段的變形量。

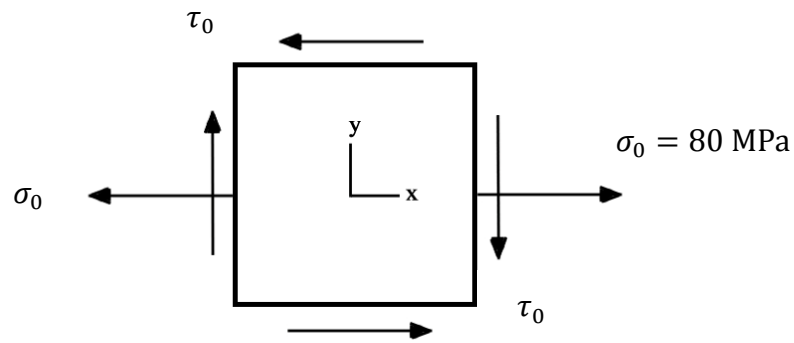
5. (10%) 考慮一路上最常見的交通號誌，也就是俗稱紅綠燈，假設紅綠燈固定於立桿上端，一般來說有兩種樣式，如圖(i)及圖(ii)所示。若考慮紅綠燈會承受風力，假設紅綠燈的重量、立桿本身重量和立桿所承受的風力可忽略。



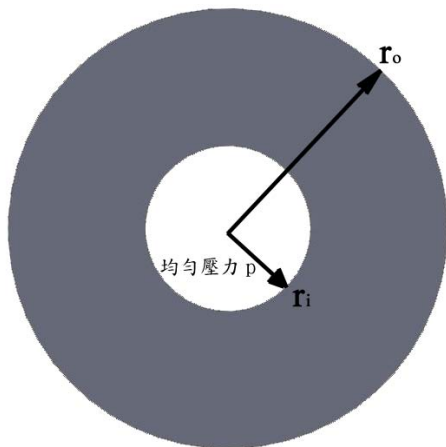
圖(i)

圖(ii)

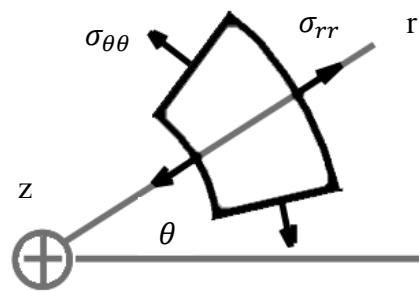
- 甲、假設立桿的截面積及材料皆相同，請問選擇哪種樣式的紅綠燈能承受最大的正向風力？  
 (A) 圖(i) (B) 圖(ii) (C) 樣式不影響結果
- 乙、整個紅綠燈的尺寸如圖(i)所示，假設立桿的楊氏模數為 200 GPa，剪力模數為 40GPa。風正吹於紅綠燈最大面，其迎風面積為  $0.8 \text{ m}^2$ ，單位面積正向風力為 100MPa，請問 P 點的應力狀態為何？
6. (10%) 假設構件內某點在受力條件下之平面應力狀態如圖所示，正向應力  $\sigma_0 = 80 \text{ MPa}$ ，若該點最大正向應力為 90 MPa，則下列敘述何者為真？  
 (A)  $\tau_0 = 30 \text{ MPa}$   
 (B) 下圖逆時針旋轉 26.565 度，可得到最大正向應力  
 (C) 下圖順時針旋轉 18.435 度，可得到最大剪應力  
 (D) 該點最大剪應力為 40MPa  
 (E) 以上皆非



7. (10%) 有一厚壁碟狀結構如圖(i)，其內徑 $r_i$ 、外徑 $r_o$ ，內部受均勻壓力 $p$ 。配合圓柱座標考量結構上某點應力狀態如圖(ii)，



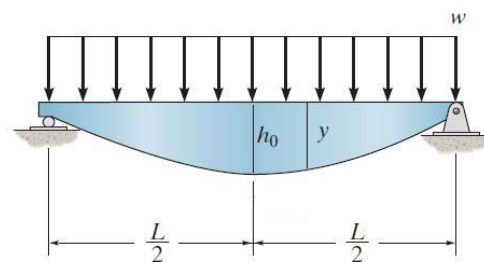
圖(i)



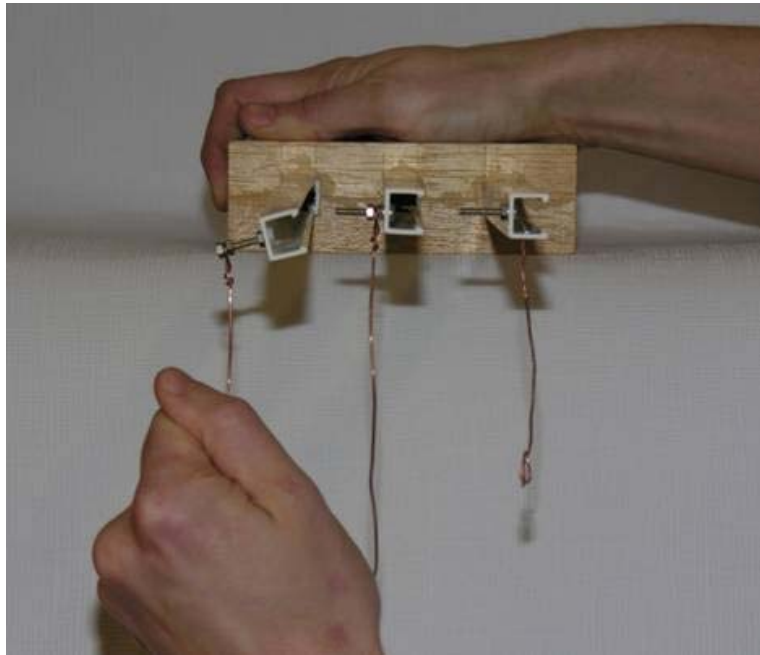
圖(ii)

- 甲、於圖(ii)中，沒有畫上剪應力是因為其值為零，試說明其值為零的理由？  
乙、假設此材料的楊氏係數是 $E$ ，蒲松比是 $\nu$ ，請配合 Generalized Hooke's Law，將 $\sigma_{zz}$ 用 $\sigma_{rr}$ 和 $\sigma_{\theta\theta}$ 表示出來。

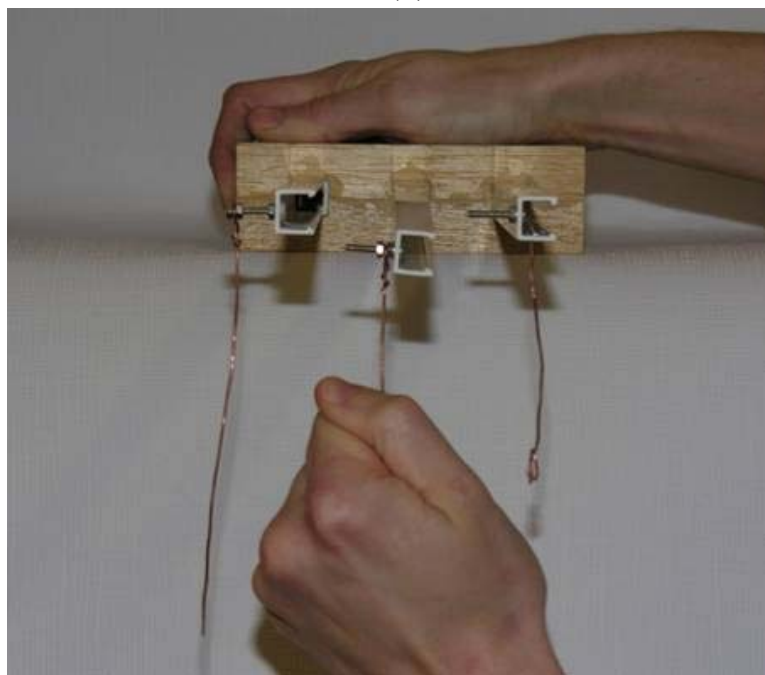
8. (10%) 樑在工程上用途廣泛，有時會因為使用情況的不同，而對外形有所調整，



圖(i)

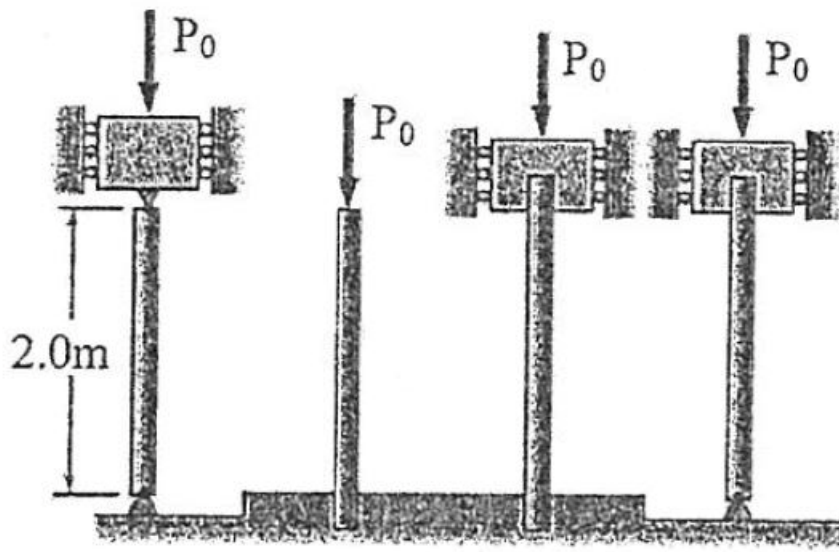


圖(ii)



圖(iii)

- 甲、有一簡支樑如圖(i)，中間有一段與兩端相比特別加厚，試說明此設計的目的為何？
- 乙、另有懸臂樑受加載如圖(ii)、(iii)所示，假設施力大小相同，請說明為何兩者變形不同？
9. (5%) 對於理想的柱而言，其對挫曲的臨界負荷可由 Euler equation 決定，請看下列四根相同材料、長度及截面積的柱，請問哪根長柱所能承受的挫曲負載最小？



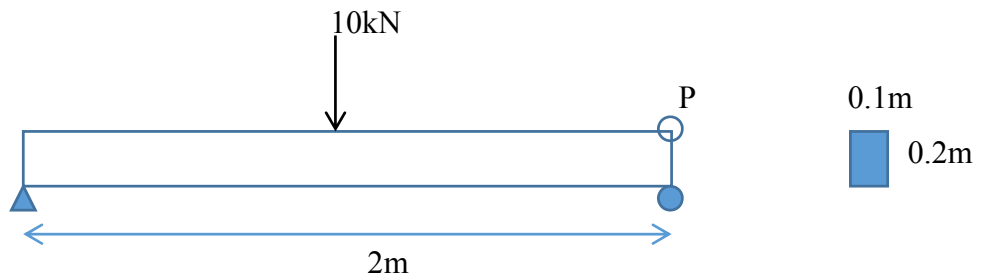
圖(i)

圖(ii)

圖(iii)

圖(iv)

10. (10%) 樑在工程使用上時，材質的選擇是一大考量，現考慮一矩形截面的混凝土簡支樑，樑中央受一集中力如圖(i)，圖(ii)顯示其受加載後的破壞方式。



圖(i)



圖(ii)

- 甲、試說明為什麼混凝土受損的情形會如圖所示，是因為什麼作用下受損？
- 乙、請計算圖(ii)樑上 P 點的應力狀態。

11. (5%) 衝擊試驗的目的是在於測試材料的韌性，現有下列三個受衝擊後的試件，請問試件(i)~(iii)分別對照圖(iv)上 a、b、c 哪條曲線？



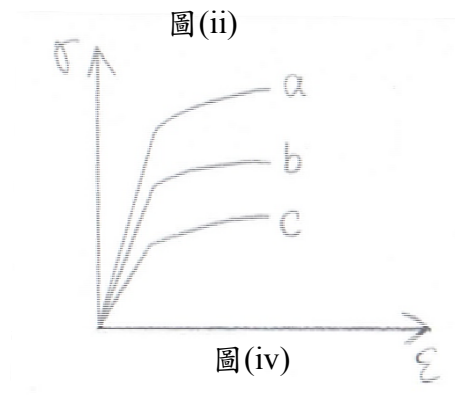
圖(i)



圖(ii)



圖(iii)



圖(iv)

### 參考公式

1. 構件受一均勻軸向力 $P$ ，構件截面為 $A$ 、長度為 $L$ ，則正向應力 $\sigma = \frac{P}{A}$ 、正向應變 $\varepsilon = \frac{\delta}{L}$ 。

若受力不均勻，且截面及材料隨位置改變之構件，伸長量 $\delta = \int \frac{P(x)}{A(x)E(x)} dx$

若受一溫度差 $\Delta T$ 之變形量 $\delta_T = \alpha \Delta T L$ ， $\alpha$ 為線膨脹係數。

2. 圓形截面之構件受一均勻扭矩 $T$ ，圓形直徑為 $d$ ，則剪應力 $\tau = \frac{T\rho}{J}$ ，其中 $\rho$ 為距圓心的距離，極轉慣性矩 $J = \frac{\pi}{2} \left(\frac{d}{2}\right)^4$ 、剪應變 $\gamma = \rho\theta$ ， $\theta$ 為單位長度的旋轉角位移。

若受扭矩不均勻，且截面及材料隨位置改變之構件，旋轉角位移 $\phi =$

$$\int \frac{T(x)}{J(x)G(x)} dx$$

3. 構件受一均勻彎矩 $M$ ，則彎曲應力 $\sigma_x = -\frac{My}{I}$ ，其中 $y$ 為所求應力位置離中性軸的距離、彎曲應變 $\varepsilon_x = -\frac{My}{EI}$ ，其中 $E$ 為材料的楊氏模數。

長方形面積慣性矩， $I = \frac{bh^4}{12}$ ，高為 $h$ 、寬為 $b$ 。

圓形面積慣性矩， $I = \frac{\pi r^4}{4}$ ，圓形半徑為 $r$ 。

三角形面積慣性矩， $I = \frac{bh^3}{36}$ ，高為 $h$ 、底邊寬度為 $b$ 。

4. 構件末端受一剪力 $V$ ，截面為長方形，高為 $h$ 、寬為 $b$ ，則剪應力 $\tau = \frac{VQ}{Ib}$ ， $Q = A\bar{y}$ ， $A$ 為所求剪應力位置以上的面積， $\bar{y}$ 為該面積之形心座標。

5. 錐形體體積 $V = \frac{Ah}{3}$ ，底部面積為 $A$ 、高為 $h$ 。球體積 $V = \frac{4\pi r^3}{3}$ ，球半徑為 $r$ 。

6. 柱挫曲臨界負荷的 Euler equation 為 $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$ ，其中 $K$ 為有效長度因子，有效長度因子與柱兩端支撐種類有關。